39. Jednačine koje se svode na kvadratne

Značaj kvadratnih jednačina je u tome što se njihovom primenom mogu rešiti i mnoge druge jednačine drugih tipova. Neki tipovi jednačina višeg stepena mogu se svesti na kvadratne.

Bikvadratna jednačina:

- oblik: $ax^4 + bx^2 + c = 0$,
- smena: $x^2 = t$,
- svodi se na: $at^2 + bt + c = 0$.

ZADATAK 1. Rešiti jednačinu $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

Rešenje:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

Smena: $x^2 = t$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 4 \cdot 36}}{2} \Rightarrow t_1 = 4 \wedge t_2 = 9.$$

Pošto smo uveli smenu $x^2 = t$, svaku dobijenu vrednost za *t* moramo da vratimo u smenu, tj.

1° $x^2 = 4$

$x_1 = -2 \wedge x_2 = 2$

2° $x^2 = 9$

$x_3 = -3 \wedge x_4 = 3$.

Osnovna teorema algebre kaže:

Svaki polinom ima onoliko nula (rešenja) koliki mu je stepen.

Zato, naš polinom je četvrtog stepena i ima četiri rešenja!

ZADATAK 2. Reši jednačinu $x^4 - x^2 - 20 = 0$.

Rešenje:

$$x^4 - x^2 - 20 = 0$$

Smena: $x^2 = t$

$$t^2 - t - 20 = 0$$

$$t_1 = 5 \wedge t_2 = -4$$

$$x^2 = 5 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{5} \wedge x_2 = \sqrt{5}$$

$$x^2 = -4 \Rightarrow x_1 = -2i \wedge x_2 = 2i.$$

ZADATAK 3. Reši jednačinu $\left(x^2 - 2x\right)^2 - 2\left(x^2 - 2x\right) - 8 = 0$.

Rešenje:

$$\left(x^2 - 2x\right)^2 - 2\left(x^2 - 2x\right) - 8 = 0$$

Smena: $x^2 - 2x = t$

$$t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$t_1 = 4 \wedge t_2 = -2.$$

Vraćamo vrednosti *t* u smenu:

1° $\quad x^2 - 2x = 4$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x_1 = 1 - \sqrt{5} \wedge x_2 = 1 + \sqrt{5}$$

2° $\quad x^2 - 2x = -2$

$$x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$x_3 = 1 - i \wedge x_4 = 1 + i$$

DOMAĆI ZADATAK: Vene T. Bogoslavov 2 – 564, 568, 570, 597.