

21. Komplexni brojevi i osnovne operacije

1° Zbir dva kompleksna broja z_1 i z_2 je kompleksan broj z čiji je realni deo zbir realnih delova kompleksnih brojeva z_1 i z_2 , a imaginarni deo zbir imaginarnih delova kompleksnih brojeva z_1 i z_2 , tj.

ako su

$$z_1 = a + ib \text{ i } z_2 = c + id$$

onda je

$$z_1 + z_2 = (a + c) + i(b + d).$$

Primer 1.

Ako su $z_1 = 3 - 2i$ i $z_2 = -1 + 3i$, onda je

$$z_1 + z_2 = (3 - 2i) + (-1 + 3i) = (3 + (-1)) + i(-2 + 3) = 2 + i \quad \text{i}$$

$$z_1 - z_2 = (3 - 2i) - (-1 + 3i) = (3 - (-1)) + i(-2 - 3) = 4 - 5i.$$

2° Proizvod realnog broja r i kompleksnog broja z_1 je kompleksan broj z čiji su i realni i imaginarni deo pomnoženi datim realnim brojem, tj.

ako je

$$z_1 = a + ib$$

onda je

$$r \cdot z_1 = ra + irb.$$

Primer 2.

Ako je $z_1 = 3 - 2i$ onda je $5z_1 = 5 \cdot (3 - 2i) = 15 - 10i$.

ZADATAK 1. Izračunaj:

a) $(3 - 2i) + (5 + 3i)$,

b) $(1 + 2i) - (3 - i)$,

c) $3 \cdot (1 - 2i)$.

Rešenje:

a) $(3 - 2i) + (5 + 3i) = 8 + i$,

$$b) (1+2i) - (3-i) = -2+i,$$

$$c) 3 \cdot (1-2i) = 3-6i.$$

3° Proizvod dva kompleksna broja $z_1 = a + ib$ i $z_2 = c + id$ je kompleksan broj z takav da mu realan deo ima vrednost $\operatorname{Re}(z) = ac - bd$, a imaginaran ima vrednost $\operatorname{Im}(z) = ad + bc$, tj.

ako su

$$z_1 = a + ib \text{ i } z_2 = c + id$$

onda je

$$z_1 \cdot z_2 = (a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Primer 3.

Ako su $z_1 = 3 - 2i$ i $z_2 = -1 + 3i$, onda je (množenjem „svaki sa svakim“)

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (3 - 2i) \cdot (-1 + 3i) = 3 \cdot (-1) + 3 \cdot 3i + (-2i) \cdot (-1) + (-2i) \cdot 3i = -3 + 9i + 2i - 6i^2 = \\ &= -3 + 11i - 6 \cdot (-1) = -3 + 11i + 6 = 3 + 11i \end{aligned}$$

ili (primenom formule)

$$z_1 \cdot z_2 = (3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 3) + i(3 \cdot 3 + (-2) \cdot (-1)) = (-3 - (-6)) + i(9 + 2) = 3 + 11i.$$

DOMAĆI ZADATAK.

Vene T. Bogoslavov 2 – 379,380.