37. Primena Vijetovih formula

ZADATAK 1. U jednačinama $x^2+kx+1=0$ i $x^2+x+k=0$ odrediti parametar k tako da jednačine imaju zajedničko rešenje.

Rešenje:

Neka je zajedničko rešenje $x_1=\alpha$. Tada je zadovoljeno:

$$\alpha^2+k\alpha+1=0 \qquad \text{i} \qquad \alpha^2+\alpha+k=0 .$$

Ako od prve jednačine oduzmemo drugu dobijamo

$$k\alpha-\alpha+1-k=0$$

$$\alpha(k-1)=k-1$$

$$\alpha=\frac{k-1}{k-1}, \qquad k\neq 1 .$$

Sa jedne strane k mora biti različito od jedan da nebismo delili nulom, a sa druge strane početne jednačine za $k=1$ postaju identične jednačine.

Dakle, za $k\neq 1$ jedno zajedničko rešenje je $x_1=\alpha=1$. Ako tu vrednost vratimo u jednu jednačinu dobićemo koliko treba da bude k, tj.

$$1^2+1+k=0$$

$$k=-2 .$$

ZADATAK 2. Odredi vrednosti realnih brojeva m i n za koje jednačine

$$(m-1)x^2-(m+1)x+m=0 \text{ i}$$

$$nx^2-(2n+2)x+2n=0$$

imaju oba rešenja zajednička.

Rešenje:

Ako su im oba rešenja zajednička, onda su zbirovi i proizvodi tih rešenja jednaki, tj.

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=\begin{cases}\dfrac{m+1}{m-1} & \text{, za } (m-1)x^2-(m+1)x+m=0\\[2ex] \dfrac{2n+2}{n} & \text{, za } nx^2-(2n+2)x+2n=0\end{cases}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \begin{cases} \dfrac{m}{m-1} & ,\text{za } (m-1)x^2 - (m+1)x + m = 0 \\ 2 & ,\text{za } nx^2 - (2n+2)x + 2n = 0 \end{cases}$$

iz čega imamo da je

$$\frac{m+1}{m-1} = \frac{2n+2}{n} \quad \text{i}$$

$$\frac{m}{m-1} = 2 .$$

Ako rešimo ovaj sistem jednačina dobijamo da za $m = n = 2$ imamo ekvivaalentne jendačine čija su rešenja jednaka (zajednička).